**נושא 12 – חסם תחתון לחיפוש השוואתי**

*בשיעורים קודמים ראינו שבמערך כללי (לא ממוין) לא ניתן למצוא איבר פחות מ- פעולות, כי חייבים לעבור על כל האיברים, אך אם המערך ממוין ניתן לבצע חיפוש בינארי בזמן ריצה של .*

*בשיעור הזה נוכיח חסם תחתון לחיפוש מבוסס השוואות. מהו מספר ההשוואות הנדרש כדי לחפש איבר בתוך מערך בגודל ?*

*לדוגמא, קודם נציג עץ החלטה לחיפוש לינארי של אובייקט במערך לא ממוין, בגודל .*

* *עץ ההחלטה מתאר את כל המסלולים האפשריים למציאת אובייקט הנדרש.*
* *כל צומת בעץ ההחלטה מייצג השוואה או פתרון סופי.*
* *מספר המסלולים האפשריים שווה למספר עלים בעץ ההחלטה.*
* *מספר עלים (מסלולים) בעץ ההחלטה חייב להיות שווה ל- כלומר .*

***מסקנה:***

*במקרה הגרוע מספר השוואות בחיפוש לינארי שווה לגובה העץ ושווה .*

*חסם תחתון למיון השוואתי:*

***טענה:***

*בהינתן מערך ממוין בגודל של אובייקטים ואובייקט כלשהו האלגוריתם חיפוש השוואות לא פחות מ- פעולות השוואה, במילים אחרות הסיבוכיות של חיפוש איבר בתוך מערך ממויין היא .*

*גם כאן קודם נציג את האלגוריתם החיפוש* ***כעץ החלטה***  *עבור מערך ממוין בגודל 3:*

*מתחילים ההשוואות ב-:*

* *עץ החלטה מתאר את כל המסלולים האפשריים למציאת האובייקט הנדרש.*
* *כל צומת בעץ ההחלטה מייצג השוואה או פתרון סופי.*
* *מספר המסלולים האפשרי שווה למספר עלים בעץ ההחלטה.*
* *מספר עלים (מסלולים) בעץ ההחלטה חייב להיות לפחות כלומר .*
* *מספר ההשוואות הגדול ביותר שווה לאורך המסלול הארוך ביותר ושווה ל- - גובה העץ.*
* *בעץ בינארי שלם מספר עלים הוא . עץ ההחלטה הוא לא בהכרח עץ שלם, לכן מספר העלים שלו קטן או שווה ל-, כלומר , בגלל ש- מקבלים ש- או ש-.*

*כלומר אלגוריתם מבוסס השוואות דורש לפחות השוואות.*

*קיבלנו את הגבול התחתון של מספר השוואות של אלגוריתם חיפוש מבוסס השוואות.*

*הוכחנו שהסיבוכיות של חיפוש איבר בתוך מערך ממוין היא .*

*בשלב הבא נמצא את הגבול התחתון למיון מערך בגודל המבוסס על פעולות השוואה בין איברי המערך. כל אלגוריתם מיון מבוסס השוואות ניתון לתיאור כעץ החלטה.*

*הגבול התחתון למספר ההשוואות במקרה הגרוע שווה לגובה של עץ ההחלטה,*

*ידוע לי מספר העלים בעץ שלם שווה ל-.*

*בגלל שעץ ההחלטה הוא לא בהכרח עץ שלם אז מספר עלים בעץ ההחלטה קטן או שווה למספר העלים בעץ שלם או , נחשב את הגבול התחתון של :*

***המסקנה:***

*הגבול התחתון של מספר פעולות השוואה במיון מבוסס השוואות הוא*

*הסיבוכיות של אלגוריתם למיון מיזוג היא לכן הוא מיון השוואתי אופטימלי.*